ESTUDIO Y REPRESENTACIÓN DE FUNCIONES

1. **DOMINIO**
   Conjunto de números reales que tienen imagen, es decir, donde está definida la función.

2. **CORTE CON LOS EJES**
   Corte en **0X**: Igualamos la función a **0** y resolvemos la ecuación.
   Corte en **0Y**: Sustituimos **x** por **0** y resolvemos la ecuación. *(Máximo un resultado)*

3. **SIGNO**
   Si la gráfica está por encima de **0X** será **positiva** y si está por debajo será **negativa**. Sustituimos valores entre los **puntos de discontinuidad** y los **puntos de corte 0X** y resolvemos. *El signo del resultado será lo que buscamos.*

4. **PERIODICIDAD**
   Una función es periódica si su gráfica se repite cada cierto intervalo de amplitud **P**, sí $\boldsymbol{f(x+P)=f(x)}$ *Ocurre en las funciones trigonométricas.*

5. **SIMETRÍA**
   Una función es simétrica si al doblar su gráfica por el eje de simetría, esta se superpone. Existen dos tipos de simetría:
   - Simetría **PAR**: $\boldsymbol{f(x)=f(-x)}$
   - Simetría **IMPAR**: $\boldsymbol{f(-x)=-f(x)}$

6. **ASÍNTOTAS**
   Las asíntotas son líneas a las que se acerca la función sin llegar a tocarlas.

   - **Asíntotas Verticales**: Rectas donde $\boldsymbol{x=a}$
     Se miran en los puntos de discontinuidad.
     $\boldsymbol{\lim_{x\to a} f(x)}$

     Si da un valor infinito hay que hacer los limites laterales y averiguar el signo.
     $\boldsymbol{\lim_{x\to a^-} f(x)}$
     $\boldsymbol{\lim_{x\to a^+} f(x)}$

   - **Asíntotas Horizontales**: Rectas donde $\boldsymbol{y=b}$
     Como mucho puede haber 2.
     $\boldsymbol{\lim_{x\to -\infty} f(x)=b}$
     $\boldsymbol{\lim_{x\to \infty} f(x)=b}$

   Si da un valor finito es una asíntota horizontal.
   Si tiene asíntota horizontal no tiene asíntota oblicua.

- **Asíntotas Oblicuas**: Rectas donde $\boldsymbol{y = mx + n}$
  Tenemos que hallar **m** y **n**.
  $$\boldsymbol{m = \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x}}$$
  $$\boldsymbol{n = \lim_{x\to\infty} [f(x) - mx]}$$

7. **EXTREMOS**

Resolvemos $\boldsymbol{f'(x) = 0}$ y el resultado es un posible extremo relativo.
Sustituimos el resultado en la segunda derivada $\boldsymbol{f^k(x)}$ y resolvemos.

Si k es **PAR** $\begin{cases} \text{- Si } \boldsymbol{f^k(a) < 0 \rightarrow f(x)} \text{ tiene un máximo en } \mathbf{a}. \\ \text{- Si } \boldsymbol{f^k(a) > 0 \rightarrow f(x)} \text{ tiene un mínimo en } \mathbf{a}. \end{cases}$

Si k es **IMPAR** no hay extremo.

8. **MONOTONÍA**

Se estudia en los puntos de discontinuidad y en los extremos relativos
- Si $\boldsymbol{f'(a) > 0 \rightarrow f(x)}$ es creciente en **a**.
- Si $\boldsymbol{f'(a) < 0 \rightarrow f(x)}$ es decreciente en **a**.

9. **PUNTOS DE INFLEXIÓN**

Resolvemos $\boldsymbol{f''(x) = 0}$ y el resultado es un posible punto de inflexión.
Sustituimos el resultado en la tercera derivada, resolvemos y el resultado tiene que ser distinto de **0**. $\boldsymbol{f^k(x) \neq 0}$.

Si k es **PAR**, no podemos decir nada.
Si k es **IMPAR**, el resultado es un punto de inflexión.

10. **CURVATURA**

Se estudia a los lados de los puntos de inflexión.

- Si $\boldsymbol{f''(a) > 0 \rightarrow f(x)}$ es **cóncava** en **a**.
- Si $\boldsymbol{f''(a) < 0 \rightarrow f(x)}$ es **convexa** en **a**.

11. **REPRESENTACIÓN**